宇宙 – Everything should be made as simple as possible.

Kuni MASAI
Department of Physics, Tokyo Metropolitan University

私たちの宇宙はビッグバンから始まって膨張を続けていると考えられている．その歴史の中でさまざまなスケールの構造が形成され，今日見られるような銀河や銀河団，またそれらを構成する物質がつくられたと考えられている．このような宇宙や天体の起源，また４つの力の理解に大きな役割を果たしたのが，20 世紀初頭に登場した相対論と量子論，そして場の理論である．相対論・量子論が誕生してほぼ 100 年．現代物理学の大きな柱となっているこの２つの理論，とくに相対論の考え方を説明しながら，現代の宇宙物理学が解き明かしてきた宇宙の姿やブラックホールなどの特異な天体について紹介したい．

テキスト II では，量子論にもとづく力の概念を説明し，相対論・量子論によって発展してきた現代宇宙物理学の世界を紹介していく．太陽に代表されるふつうの恒星の話から始まって，相対論・量子論の成果といえる重力の強いコンパクトな天体の話，さらに膨張宇宙の話へと続く．内容は **1 星の重力平衡とエネルギー源**，**量子論と原子核**，**3 フェルミ縮退と中性子星**，**4 一般相対論とブラックホール**，**5 ビッグバンと膨張宇宙**で，本来は一般相対論の考え方が必要になる話題も多いが，ニュートン力学に置き換えてできるだけやさしく説明する．

1　星の重力平衡とエネルギー源

太陽の表面温度はおよそ 6,000 K であるが，その内部ははるかに高温で中心部では 10^7 K 以上の高温になっていると考えられる．恒星を単純化して，一様な密度 ρ の高温のガス球と考えてみよう．もし星の内部から外側に向かって働く力がなければ，星はすぐに自分自身の重力でつぶれてしまう．半径 r のところで厚さ Δr の球殻上の微小面積 ΔS を考えると，この微小体積 $\Delta r\Delta S$ に働く重力は

$$\frac{GM_r}{r^2}\rho\Delta r\Delta S$$

となる．ここで

$$M_r = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$$

は半径 r の球内にある質量である．この重力を支えているのが内部の気体の圧力であるとすれば，微小面積 ΔS に働く圧力差

$$P_r\Delta S - P_{r+\Delta r}\Delta S = -\frac{\Delta P}{\Delta r}\Delta r\Delta S$$

と重力のつりあいから

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = -\frac{GM_r}{r^2}\rho$$

という式が導かれる．このつりあいの式から，星の内部に行くほど重力が大きくなり，それにつりあうために圧力が大きくならなければいけないことが分かる．

半径 R の星全体で近似的に考えれば，$P_R = 0$ つまり圧力がゼロになるところが星の表面であるから

$$\frac{\Delta P}{\Delta r} = \frac{P_R - P_0}{R} = -\frac{P_0}{R}$$

また

$$M = M_R = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

であるから，星の質量は

$$M = \sqrt{\frac{3}{4\pi G^3}\frac{P_0^3}{\rho^4}}$$

とかける．したがって，圧力と重力のつりあいに加えて P と ρ の関係を与えれば，ある質量をもつ星の半径が決まることになる．P と ρ の関係を与える式というのは状態方程式のことに他ならない．理想気体だとすると，気体粒子の質量を m として

$$P = nkT = \frac{\rho}{m}kT$$

とかけることを思い出そう．理想気体の状態方程式は

$$P \propto \rho^{5/3}$$

という形に表すことができる．太陽のような恒星では，ほぼ理想気体の状態方程式が成り立っていると考えてよい．

星が自己重力を支えるには内部の圧力が必要だということが分かった．では，その圧力の源である気体粒子の熱運動のエネルギー，言い換えると星のエネルギーはどのようにして生み出されているのだろう．太陽は半径 $R_\odot \simeq 7\times 10^{10}$ cm の恒星である．放射として放出されているエネルギーは $L_\odot \simeq 4\times 10^{33}$ erg s^{-1}，また質量は $M_\odot \simeq 2\times 10^{33}$ g なので，単位質量・単位時間あたりおおよそ 2 erg g^{-1} s^{-1} のエネルギーを放出していることになる．一方，単位質量あたりの重力エネルギーは $GM_\odot/R_\odot \simeq 2\times 10^{15}$ erg g^{-1} であるから，もし光り輝く源が重力エネルギーだとすると，太陽の寿命は 10^{15} s，およそ 3×10^7 年くらいしかもたないことになる．太陽の一惑星である地球の年令が放射性元素から 4×10^9 年以上と推定されているので，これより短い太陽の年令というのは明らかに矛盾する．

では，これに代わる，10^7 K という高温の中で生み出されるエネルギーとは，いったいどのようなものなのか．力学の発展が天体の研究と深く結びついていたように，星の研究は長い歴史をもっていたが，光り輝くエネルギーの源が明らかになったのは 20 世紀に入って相対論と量子論という現代物理学の 2 大理論を手に入れてからなのである．

2　量子論と原子核

相対論による質量エネルギーの発見によって，原子核の結合エネルギーという新しいエネルギー源が手に入った．原子核の結合エネルギー，あるいは原子核の中で核子（陽子や中性子）どうしを結合している力とはいったいどのようなものだろうか．自然現象を支配している力として現在４つの力が知られており，力の強い順に，強い相互作用・電磁相互作用・弱い相互作用・重力相互作用と呼ばれている．これらのうち，電磁相互作用と重力相互作用はおなじみのものである．原子核の中で核子を結合している力は強い相互作用で，電磁相互作用や重力相互作用とは異なる力である．ちょっと注意しておくと，現在４つの力が知られており，という言い方をしたのは，現代物理学では宇宙の始まりにはこれらの

力は一つに統一されていたという立場をとっているからである．さて，強い相互作用の力は，幸いなことに原子核のサイズくらいの範囲にしか及んでいない．そうでなかったら，私たちのまわりにあるもの全てが，電磁相互作用よりはるかに強い力でくっついてしまう．量子論にもとづいて，力というものをどう考えるかということを少し話しておこう．

相対論のところで述べたように，相互作用を伝えることのできる最も速い速度は光速であるから，力が到達できる距離は $c\Delta t$ のようにかける．量子論の不確定性関係から $\Delta t \sim h/\Delta E$ と見積もり，相対論の質量エネルギー $\Delta E = \Delta mc^2$ を組み合わせると，力の到達距離は

$$c\Delta t \sim \frac{h}{\Delta mc}$$

となる．ここで，h はプランク定数である．このような考察から，ある到達距離をもつ力というのは，Δm に相当する質量をもつ粒子が交換されることで生じると考えることができる．$c\Delta t$ を原子核のサイズ程度にとると $\Delta m \sim m_\pi$，つまり原子核の核子に働く強い相互作用は，核子間でパイ中間子が交換されているようなものである．ついでに電磁相互作用の場合を考えておくと，力の到達距離は無限大であるから $\Delta m = 0$，つまり質量ゼロの粒子が交換されていることになる．もう気づいたことと思うが，電磁相互作用を媒介しているのは光子である．

さて，原子核を支配している力や質量エネルギーというのがどんなものか感じがつかめたところで，星の内部での原子核反応について考えてみよう．宇宙空間に物質密度のむらがあると，密度の高いところには重力によってさらにまわりのガスが集められる．このようなむらの中で，あるサイズより大きなものは成長していき，星のもととなるガスのかたまりがつくられる．ガスのかたまりは自己重力で収縮して中心部ではしだいに圧力が高くなる．こうして中心部の温度が 10^7 K くらいまで上昇すると，水素原子核から最終的にヘリウム原子核がつくられる核反応が起こり始める．いったん水素燃焼が始まれば温度が上昇するので，重力を支えるのは容易になる．核子あたりの結合エネルギーは水素原子核よりヘリウム原子核の方が大きいので，この反応によって質量エネルギーが放出され粒子の運動エネルギーに転換されるのである．宇宙に存在する元素の 90%は水素で，星は主として水素燃焼によってヘリウムを生成することで光り輝くエネルギーを得ている．

星の一生の大部分はこのような中心部での水素燃焼で，その段階にある星はヘルツシュプルンク-ラッセル図と呼ばれる光度対温度のダイアグラムで主系列を成す．中心部に燃料（水素）が無くなると，星が生まれたときの質量に依存して様々な進化を遂げる．ヘリウム原子核より炭素・窒素・酸素などの原子核の方が結合エネルギーが大きいから，ヘリウム燃焼によってより重い原子核がつくられ，さらに重い原子核へと燃焼が進む．宇宙初期につくられたと考えられている元素は水素とわずかなヘリウム，さらにごくわずかなリチウムくらいで，炭素・窒素・酸素やもっと重い元素は全て星の中で生成されたものである．第１世代の星でつくられた重元素が超新星爆発によってまき散らされ，おかげで太陽のような第２世代の星ではわずかでも重元素を含んでいる．第１世代の星がせっせと元素をつくり爆発してくれなかったら，炭素も窒素も酸素もなく，地球上に生命が宿ることはなかったのである．

比較的重い星では，燃料となる原子核よりも生成される原子核の結合エネルギーの方が大きい限り，核燃焼は重い原子核へと進む．では，どこまで行くのか，最大の結合エネルギーをもつ原子核とは何か．答えは鉄の原子核である．したがって，鉄の原子核より軽い原子核では核融合することによって質量エネルギーを取り出すことができ，鉄の原子核より重い原子核では核分裂によって取り出せることになる．では，中心部の燃料が鉄まで燃え尽きてしまった星は，いったいどうなってしまうのだろう．

3　フェルミ縮退と中性子星

燃料が尽きれば星の中心部の温度は下がるから，重力とのバランスは破れる．ニュートリノの放出などによる鉄のコアからのエネルギー流出をきっかけとして，鉄のコアは重力的に不安定になり崩壊する．このときの反動で星の外層部は吹き飛ばされ，中心部にはいっそう固くしまった鉄のコアが残される．これが，II 型超新星と呼ばれる，比較的重い星の最後である．残された鉄のコアにはもちろんもう燃料がないのだから，冷えていくのに任せて自己重力でつぶれていくのだろうか．その答えとして，相対論と量子論を手にした物理学者たちはとんでもない理論的予言を行ったのである．

電子や陽子，中性子などの 1/2 のスピンをもつ粒子はフェルミ粒子と呼ばれている．フェルミ粒子は一つの量子状態に 1 個しか入ることができないという，パウリの排他律にしたがう粒子である．このような粒子は温度がゼロであっても，全ての粒子が基底状態に入ることはできず，エネルギーの低い状態から順々に詰まってあるエネルギーレベルまでを満たすことになる．このエネルギーレベルのことを縮退エネルギーあるいはフェルミエネルギー E_F と呼ぶ．そして，温度がゼロであっても，縮退圧と呼ばれる量子論的な圧力をもつことになるのである．

こんなことが現実に起こるのだとしたら，超新星爆発で残された鉄のコアはいったいどんな星になっているのだろう．粒子間の平均距離を λ とすると，だいたい体積 λ^3 あたりに 1 個の粒子があることになるから，密度は

$$n \sim \frac{1}{\lambda^3}$$

とかける．量子論の不確定性関係から，フェルミ粒子を詰め込めるだけ詰め込んだ縮退状態では $\lambda \sim h/p$ になっていると考えてみよう．相対論的な場合のフェルミエネルギー $E_F \sim pc$ から運動量を $p \sim mc$ とすると，粒子間距離は

$$\lambda \sim \frac{h}{mc}$$

となる．つまり，このときの平均粒子間距離は，フェルミ粒子のコンプトン波長程度になっている．これから密度を求めると

$$\rho \sim m_b n \sim m_b \left(\frac{mc}{h}\right)^3$$

が得られる．ここで m_b はバリオン質量で，星の質量を担っている粒子の質量と考えておけばよい．したがって，縮退フェルミ粒子が電子の場合でも，m_b は陽子や中性子などの重い粒子の質量になる．鉄のコアというのは最大の結合エネルギーをもつ鉄の原子核ばかりでできているようなものだから，中性子が縮退していると考えて $m = m_{\rm n}$，またバリオン質量 $m_b = m_{\rm n}$ を代入すると，$\rho \sim 10^{15}$ g cm^{-3} というとんでもない密度が出てくる．原子核の密度がせいぜい $\sim 10^{14}$ g cm^{-3} くらいであるから，星全体が一つの大きな原子核になっているようなものである．いや，これくらいの密度になると中性子が原子核からこぼれ出てしまうので星全体が中性子のかたまりと言った方がよいかも知れない，まさしく中性子星である．

フェルミ縮退による圧力と重力のつりあいから中性子星の質量と半径を求めるには，前に述べたように状態方程式が必要になるが，相対論的縮退ガスの状態方程式は理想気体のものとは違って

$$P \propto \rho^{4/3}$$

という関係になる．この状態方程式を使って前に述べた質量と半径の式を解こうとすると一意的に決まらない．言い換えると，相対論的縮退圧で支えられる星の質量には上限があるという結果が出てくる．その上限は太陽質量の 1.4 倍程度で，上限質量から中性子星のおおよその半径を見積もってみると

$$R \sim \left(\frac{3}{4\pi}\frac{1.4M_\odot}{\rho}\right)^{1/3} \sim 10^6 \text{ cm}$$

つまり，太陽をたった 10 km の中に押し込んだようなものという，とんでもない結論になる．ちなみに太陽のおよその密度を見積もれば ~ 1 g cm^{-3} の程度である．

もちろん，このようなとんでもない星は相対論・量子論の理論的産物であり，温度ゼロでもよい上に半径がたった 10 km しかないのだから，たとえ現実に存在していても見つかりそうにないと思うかも知れない．しかし，今から 30 年ほど前，ほんとに見つかってしまったのである．中性子星が最初に確認されたのは，偶然に発見されたパルサーという天体であった．パルサーというのは周期的に強いパルスビームを出している天体で，パルスは星の自転に同期していると考えられている．かに星雲は AD 1054 年の超新星爆発で残された残骸であるが，その中心部には周期 33 ms のパルサーが見つかっている．このような速さで自転するには重力が遠心力を上回っていなければ不可能で，そんなコンパクトな星は中性子星以外に考えられないのである．

また，中性子星はX線星としても次々と見つかっていった．半径が小さいのに重いということは，重力がとてつもなく大きいことを示している．中性子星が他のふつうの星と連星系になっている場合，その強い重力によって相手の星から物質がはぎ取られ，中性子星の重力圏内に引きずり込まれて表面に降り積もる．半径 R，質量 M の中性子星に単位時間あたり $\dot{M} = \Delta M/\Delta t$ の質量が降着するとすれば，このとき解放される重力エネルギーは

$$\frac{GM}{R}\dot{M} \sim 0.1\dot{M}c^2$$

となって降着物質の質量エネルギーの 10%にも達し，強いX線を放射する天体になるのである．あるいは表面に降り積もったガスが，強い重力のために圧力が高くなって一過性の核反応を起こし，X線のバーストとなって観測されたのである．これらの観測結果は，半径が 10 km くらいの天体の 10^7 g cm^{-3} というとてつもない密度をもつ表面で起こった現象であることを示していた．表面でこれくらいの密度があると，中心部ではまさしく 10^{15} g cm^{-3} という高密度に達する．

なお，バリオン質量は $m_b = m_\mathrm{n} \sim m_\mathrm{p}$ とし，ただし縮退フェルミ粒子を $m = m_\mathrm{e}$ として，電子の相対論的縮退圧で支えられる高密度星を考えると，密度は $\sim 10^6$ g cm^{-3} くらいになる．この星は白色矮星と呼ばれており，もちろんこれまでにたくさん見つかっている．白色矮星の密度が中性子星に比べて 9 桁小さいのは，電子の質量が中性子の質量より 3 桁小さいからである．縮退フェルミ粒子が電子の場合も相対論的な状態方程式 $P \propto \rho^{4/3}$ は同じであるから，白色矮星にもやはり上限質量があって中性子星の質量と変わらない．したがって，白色矮星（WD）と中性子星（NS）の半径の比は，ちょうど電子と中性子のコンプトン波長の比，つまり電子と中性子の質量比の逆数くらい

$$\frac{R_\mathrm{WD}}{R_\mathrm{NS}} \sim \left(\frac{\rho_\mathrm{WD}}{\rho_\mathrm{NS}}\right)^{-1/3} \sim \frac{\lambda_\mathrm{e}}{\lambda_\mathrm{n}} \sim \left(\frac{m_\mathrm{e}}{m_\mathrm{n}}\right)^{-1}$$

になっている．中性子星の半径が 10^6 cm くらいであるから，白色矮星の半径はそれより 3 桁大きい 10^9 cm くらいということになる．このように，相対論的縮退圧の星というの

は，巨大な世界の話であるにもかかわらず，電子や中性子という素粒子の質量で大きさや密度が決まってしまうのである．高密度星というのは，相対論・量子論という現代物理学が解き明かした，興味深い世界の一つと言ってよいだろう．

4　一般相対論とブラックホール

アインシュタインは相対論をさらに，加速度のある系に発展させた．加速度系で働く慣性力と重力の等価性を出発点として，一般相対論と呼ばれる重力理論をつくり上げたのである．この枠組みの中では，ニュートンの重力は，一般相対論における弱い重力場での近似に過ぎないことが示される．また，ニュートン力学が微分・積分という数学の新しい分野を開いたのと同じように，一般相対論は微分幾何学という数学の新しい分野を開くことになった．前に出てきたメトリックで言うと，一般相対論ではメトリックテンソルの各成分は定数ではなく座標の関数として一般化されたものになっている．このことは，一般相対論が扱う時空がユークリッド平面（ミンコフスキー時空）に限られず，もっと一般的な曲面になっていることを意味する．一般相対論で使われる数学は大学生にとっても難しいものなので，ここでは無理をせず，ニュートン重力から直観的にブラックホールを考えてみることにしよう．

超新星爆発で鉄のコアが残されれば中性子星ができる．もっと重い星が爆発したときでもちゃんと鉄のコアは残るのだろうか．相対論はここでも，とんでもない理論的予言を与えることになる．中性子星には質量の上限があったことを思い出そう．質量があまりに大きくて重力が強ければ，やはり星はどこまでもつぶれてしまうだろう．どこまで？いやどこまでもというしかない．じゃぁ，その天体は一つの点みたいなもの？いや，もう少し正確に言うと，ある半径より小さくなってしまったらその内側の様子はもう私たちの目には見えない．だから，遠方にいて外から見ている私たちには，その半径まで小さくなったところで止まったように見える．そして，私たちはその半径を天体のサイズとして認識することになるだろう．

この天体の重力に逆らって，私たちの方に向かって運動している粒子を想像してみよう．この粒子が遠方にいる私たちから見て静止して見えるとき，実は，重力加速度を打ち消すだけの外向きの加速度をもって運動しているはずである．しかし，到達できる最高の速度は光速までなのだから，どんなに頑張っても必ず，ある半径で粒子は重力加速度に負けて，見えない内側に引きずり込まれてしまう．まるで，宇宙に空いた中の見えない穴，そう，まさしくブラックホールである．

ブラックホールの質量を M とすると，半径 r のところで質量 m の粒子に働く重力のポテンシャルエネルギーは GMm/r である．このとき，自由落下する粒子の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM}{r}m$$

となるから，半径 r のところでの自由落下速度は

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

となり，r が小さいほど大きくなる．自由落下速度が粒子の質量によらないことを確認しておこう．粒子がブラックホールに落ち込まないためには，自由落下速度より大きな外向

きの速度をもたなければならない．しかし，自由落下速度が光速に達する半径

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

より内側では，もはやいかなる粒子もブラックホールから逃げられないことになる．いかなる粒子，そう光速で運動する光子すら逃げられないのである．この半径 r_g のことをシュバルツシルト半径と呼ぶ．その内側からは光ですら出てこられないのだから，シュバルツシルト半径は一種の地平線である．星が重力崩壊を続けたとしても，表面がこの地平線の内側に入ってしまったら，遠方にいる私たちにはシュバルツシルト半径の天体が見えるだけである．

ブラックホールの質量は，中性子星の質量の上限より大きいはずであるから，例えば $M = 5M_\odot$ としてみよう．このとき，シュバルツシルト半径は $r_g \sim 10^6$ cm くらい，つまり中性子星より重いのに中性子星の半径と同じくらいになる．ここで，重要な注意をしておこう．ブラックホールを，中性子星よりさらに高密度の天体と考えてはいけない．ここで説明してきたように，中性子星の場合と違って密度の議論はいっさい入ってこない．自己重力の強さ，すなわち重いということが本質的なのである．もう一つ注意をしておこう．仮に，太陽と同じくらいの質量をもつブラックホールを考えて $M = M_\odot$ とすると，$r_g \simeq 3 \times 10^5$ cm となる．だったら，太陽でも中心部はブラックホールになっていると考えてもいいじゃないかと思うかも知れない．しかし，これは正しくない．中性子星や太陽の重力的に安定な表面はシュバルツシルト半径よりも外側にあるからである．言い換えると，星の表面がシュバルツシルト半径の内側に入ってしまうもの，つまりシュバルツシルト半径の外に安定な表面を持ち得ない天体がブラックホールなのである．

中性子星より重力が強いのだから，連星系での物質降着による強いX線放射という話は，同じようにブラックホールにも当てはまる．このような連星系をつくっているブラックホールの候補は，白鳥座 X-1 と呼ばれている天体の他，いくつか見つかっている．また，銀河の中にはその中心部からひじょうに強い放射を出しているものがあり，活動銀河と呼ばれている．その中心部，いわゆる活動銀河核には質量が $10^6 M_\odot$ を超える巨大なブラックホールがあると考えられており，X線に限らず，γ線や電波・赤外線・光・紫外線といった広い波長域にわたって強い放射を出している．活動銀河にはセイファート銀河や中心核から強い電波を放射している楕円銀河などがあるが，広がりが見られずあたかも中心核だけしかないようなものもあって，それらはクェーサと呼ばれている．

5　ビッグバンと膨張宇宙

一般相対論のもう一つ重要な応用として，宇宙の起源と進化の問題がある．遠方の銀河のスペクトルを観測すると，波長が長い方にずれていることが分かる．これをドップラー効果によるものと解釈すると，波長のずれを $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ として，その銀河は私たちから $v = c\Delta\lambda/\lambda_0$ という速度で遠ざかっていることになる．一方，銀河の明るさからおおよその銀河までの距離 r が分かるので，後退速度との関係を調べてみると，遠方の銀河ほど速い速度で遠ざかっていることが分かったのである．この関係は

$$v = H_0 r$$

という形に表されハッブル則と呼ばれている．比例定数 H_0 はハッブル定数と呼ばれ，最近の観測によれば $H_0 \sim 70$ km s^{-1} Mpc^{-1} くらいである．ここで，1 Mpc = 10^6 pc，1 pc = 3.1×10^{18} cm である．

全ての銀河が私たちから遠ざかっていると言うと，宇宙は私たちを中心に膨張しているみたいで，まるで，私たちは選ばれた特別な宇宙の民であるかのような気がしてくるが，もちろんそんな勝手なことは言えない．私たちのいる場所を原点としてハッブル則を $\boldsymbol{v} = H_0 \boldsymbol{r}$ とベクトルで書いてみよう．位置 $\boldsymbol{r}_1$ にいる速度 $\boldsymbol{v}_1$ の観測者は，$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_1$ にある銀河を $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_1$ の後退速度で観測する．

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_1 = H_0 \boldsymbol{r} - H_0 \boldsymbol{r}_1 = H_0 \boldsymbol{r}'$$

であるから，やはりこの観測者にとっても同じようにハッブル則が成り立つことが分かる．つまり，宇宙のどの点でも同じように膨張が観測されるのである．

宇宙のどこを選び出しても全く同じ条件になっており，またどっちの方向を向いてもやはり全く同じように見える，平たく言えばそういうことであるが，このような宇宙を一様等方な宇宙と呼ぶ．ハッブル定数は $H_0 = v/r$ という形をしているから，もっと一般的に宇宙の拡がりを a というパラメータで表すことにすると，ハッブル定数は

$$H = \frac{1}{a}\frac{da}{dt} = \frac{\dot{a}}{a}$$

という，宇宙が膨張している割合を表していることが分かる．宇宙の拡がり a は時間とともに変わる量である．だから，H_0 というように 0 を付けたのは，現在の値であることを意味している．

さて，時間とともに膨張する宇宙を逆にたどっていけば，どこかで 1 点に収束することになる．どうやら私たちの宇宙は，エネルギーの詰まった，つまり極限的にエネルギー密度が高い状態から，爆発的に膨張してつくられたということらしい．宇宙の起源となった，この爆発のことをビッグバンと呼んでいる．宇宙の大きさと年令について触れておこう．遠方の銀河ほど大きな後退速度をもつから，どこかで光速に達し，それより遠方からの光は届かない．これは一種の地平線であるが，この地平線までの距離を宇宙の拡がりと考えれば，半径はおよそ

$$c/H_0 \sim 10^{28}\ \mathrm{cm}$$

くらいになる．また，膨張している宇宙を過去にさかのぼって収束する 1 点から現在までの時間を宇宙の年令と考えれば，だいたいハッブル定数の逆数

$$H_0^{-1} \sim 10^{10}\ \mathrm{yr} = 10\ \mathrm{Gyr}$$

くらいになる．この時間に光速 c をかけたものがだいたい宇宙の大きさということである．

宇宙に存在する物質の密度を ρ とすると，質量エネルギー密度は ρc^2 とかける．宇宙の極めて初期はエネルギー密度がひじょうに高い高温の熱平衡状態で，粒子・反粒子の衝突で光子をつくる対消滅と，逆に光子から粒子・反粒子をつくる対生成が起こっており，粒子は相対論的になっている．相対論的な粒子は光子と同様に圧力を生じる．ちょっと説明しておくと，熱平衡の光子気体つまり黒体輻射は，エネルギー密度を ϵ として圧力 $P = \epsilon/3$ をもつ．相対論的粒子を含めて輻射のエネルギー密度を ϵ とすると，宇宙初期には $\epsilon > \rho c^2$ で，輻射のエネルギー密度は物質のエネルギー密度より高い状態にある．この時代は輻射優勢の時代と呼ばれる．宇宙に存在する元素の 90%を占める水素や，10%近くを占めるヘリウムの殆どは，このような高温の初期宇宙でつくられたものである．前に述べたようにヘリウムは星の内部での水素燃焼によってもつくられるが，この寄与は積算しても現在のヘリウム量のせいぜい 10%程度にしかならない．

宇宙膨張とともにエネルギー密度が下がり，粒子が非相対論的になると圧力に寄与するのは光子だけとなる．宇宙が膨張するにつれて，$P = \epsilon/3$ である輻射のエネルギー密度は $1/a^4$ に比例して下がっていくのに対し，$P = 0$ である物質のエネルギー密度は $1/a^3$ に比例して下がっていく．正しくはこういうことなのだが，ちょっと分かりにくいかも知れない．宇宙の体積は a^3 に比例して大きくなるから，いろいろなものの数密度は $1/a^3$ に比例して薄まると考えてみよう．そうすれば物質の密度も光子の数密度も $1/a^3$ に比例して下がることになる．ところが，光子はエネルギーも $1/a$ に比例して下がるから，輻射のエネルギー密度は $1/a^4$ に比例して下がる．したがって，やがてどこかで逆転して $\epsilon < \rho c^2$ という物質優勢の時代に入る．なお，ここで物質の圧力を $P = 0$ としているのは，理想気体などと違って，重力相互作用のみをする粒子（ダスト）を考えているからである．

現在，私たちの目にする宇宙の姿，銀河などの天体が形成されるのは，物質優勢の時代に入ってなおずっと後のことである．現在の宇宙は，宇宙背景放射と呼ばれる，ほぼ一様等方な温度 2.7 K の黒体輻射で満たされていることが観測から知られている．これこそ過去に高温の宇宙があったなごり，つまりビッグバン宇宙モデルの証拠の一つと考えられているのである．$T_0 = 2.7$ K の宇宙背景放射から，現在の輻射のエネルギー密度を推定すると $\epsilon_0 \sim 4 \times 10^{-13}$ erg cm^{-3} となる． 一方，いろいろな観測をもとに，現在の宇宙の物質の質量エネルギー密度を推定すると $\rho_0 c^2 \sim 10^{-9}$ erg cm^{-3} くらいで，現在の宇宙はもちろん物質優勢の時代にある．では，私たちの宇宙は今後どのようになっていくのだろうか.

一般相対論から導かれる一様等方宇宙モデル（フリードマンモデル）の方程式は

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 = -\kappa c^2$$

のように表される．ここで，κ は $\{-1, 0, 1\}$ の何れかの値をとる曲率と呼ばれる定数で，$\kappa = 1$ のときは空間は閉じており，$\kappa = -1$ のときは空間は開いている．また，$\kappa = 0$ のときは空間は平坦で，ユークリッド平面はこれにあたる．1998 年の講座ではこの式をもとに宇宙膨張を議論したが，一様球対称の場合には，相対論的に扱ってもニュートン力学とたまたま同じ結果を与える．そこで今回の講座では始めからより理解しやすいと思われるニュートン的表現で話を進めることにしよう．

一様密度 ρ の宇宙を考え，半径 R の球をくりぬいてその運動を考えてみよう．球内の質量による重力のポテンシャルエネルギーは $G(4\pi R^3\rho/3)/R$，また，膨張の運動エネルギーは $(1/2)(dR/dt)^2$ であるから，全エネルギーは

$$E = \frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{4\pi G R^2 \rho}{3}$$

となる．運動エネルギーがポテンシャルエネルギーより大きければもっと大きく膨らもうとする．逆に，ポテンシャルエネルギーの方が大きければ 小さくなろうとするだろう．運動エネルギーとポテンシャルエネルギーがちょうどつりあっていれば現在の状態が続く．宇宙の膨張の割合

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \frac{1}{a}\frac{da}{dt} = H$$

を使って書き直すと

$$2E = a^2 H^2 \left(1 - \frac{8\pi G}{3H^2}\rho\right)$$

という式が得られる.（　）のなかの ρ の係数は密度の逆数の次元をもつことが分かるから

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

さらに $\Omega = \rho/\rho_c$ とおくと

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 = a^2 H^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_c}\right) = a^2 H^2 (1 - \Omega)$$

という式が得られる．Ω あるいは ρ と宇宙との関係をまとめると

$\Omega > 1$ $(\rho > \rho_c)$	閉じている	$\kappa = 1$
$\Omega = 1$ $(\rho = \rho_c)$	平坦	$\kappa = 0$
$\Omega < 1$ $(\rho < \rho_c)$	開いている	$\kappa = -1$

のようになる．現在の宇宙の値，$H = H_0$, $a = a_0$, $\rho = \rho_0$ を入れて考えてみよう．現在宇宙にある物質の密度 ρ_0 が

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \sim 10^{-29}\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$$

より大きければ，宇宙はやがて膨張から転じて収縮する方向に向かうことを示している．また，$\rho_0 < \rho_c$ あるいは $\rho_0 = \rho_c$ であれば，宇宙は膨張を続けることを意味する．

宇宙背景放射の非等方性などの観測は，私たちの宇宙が極めて平坦に近い（$\Omega_0 \sim 1$）ことを示唆している．エネルギーの満ちた宇宙の始まりを説明するインフレーション仮説も $\Omega_0 \sim 1$ を予言する．しかし，直接的に観測されている宇宙の物質（バリオン）は $\Omega_b \sim 0.05$ 程度に過ぎない．実はこの他に，直接的には観測されていないが，重力相互作用に寄与していると考えられる未知の物質（ダークマター）が存在する．ダークマターは，私たちが今日見る，銀河や銀河団などの宇宙の階層構造を形成する上で重要な役割を果たしたと考えられている．ダークマターの質量はバリオンの質量よりはるかに大きいと考えられるが，これを加えても物質のエネルギー密度はせいぜい $\Omega_{\mathrm{M}} \sim 0.3$ 程度にしかならない．残りの $\Omega_0 - \Omega_{\mathrm{M}} \sim 0.7$ はいったいどこにどのような形で存在しているのだろうか，これは 21 世紀の宇宙論に委ねられた問題の一つである．

最後に一つ付け加えておくと，アインシュタイン方程式のもつ任意性（積分定数のようなものと考えればよい）のため，Λ で表される宇宙項と呼ばれるパラメータを付加して宇宙モデルを考えることもできる．宇宙項は a の小さい宇宙初期には殆ど寄与しないが，宇宙膨張が進んだ後では効いてくる．そこで Ω_{M} で説明できない残りを押し付けて，ダークマターならぬダークエネルギーとして $\Omega_\Lambda \sim 0.7$ としてしまうという安易な手もある．こうすれば $\Omega_0 = \Omega_{\mathrm{M}} + \Omega_\Lambda \sim 1$ というわけである．しかし今度は，なぜ私たちの宇宙がたまたまそのような値の定数 Λ をもつのかという疑問から逃れられない．Λ は宇宙膨張によらず一定であるから，宇宙のごく初期には他のエネルギーに比べて桁違いに小さかったことになる．それにもかかわらず，この無視できたほどのエネルギーが現在ちょうど Ω_{M} と同程度，1 のオーダーとして大きな寄与をしているのは偶然にしてはできすぎている．観測で決められる Ω_{M} や Ω_Λ の解釈も含め宇宙論の見直しが必要だろう．