

2020 年度

東京都立大学 大学院理学研究科
(現 首都大学東京 大学院理学研究科)

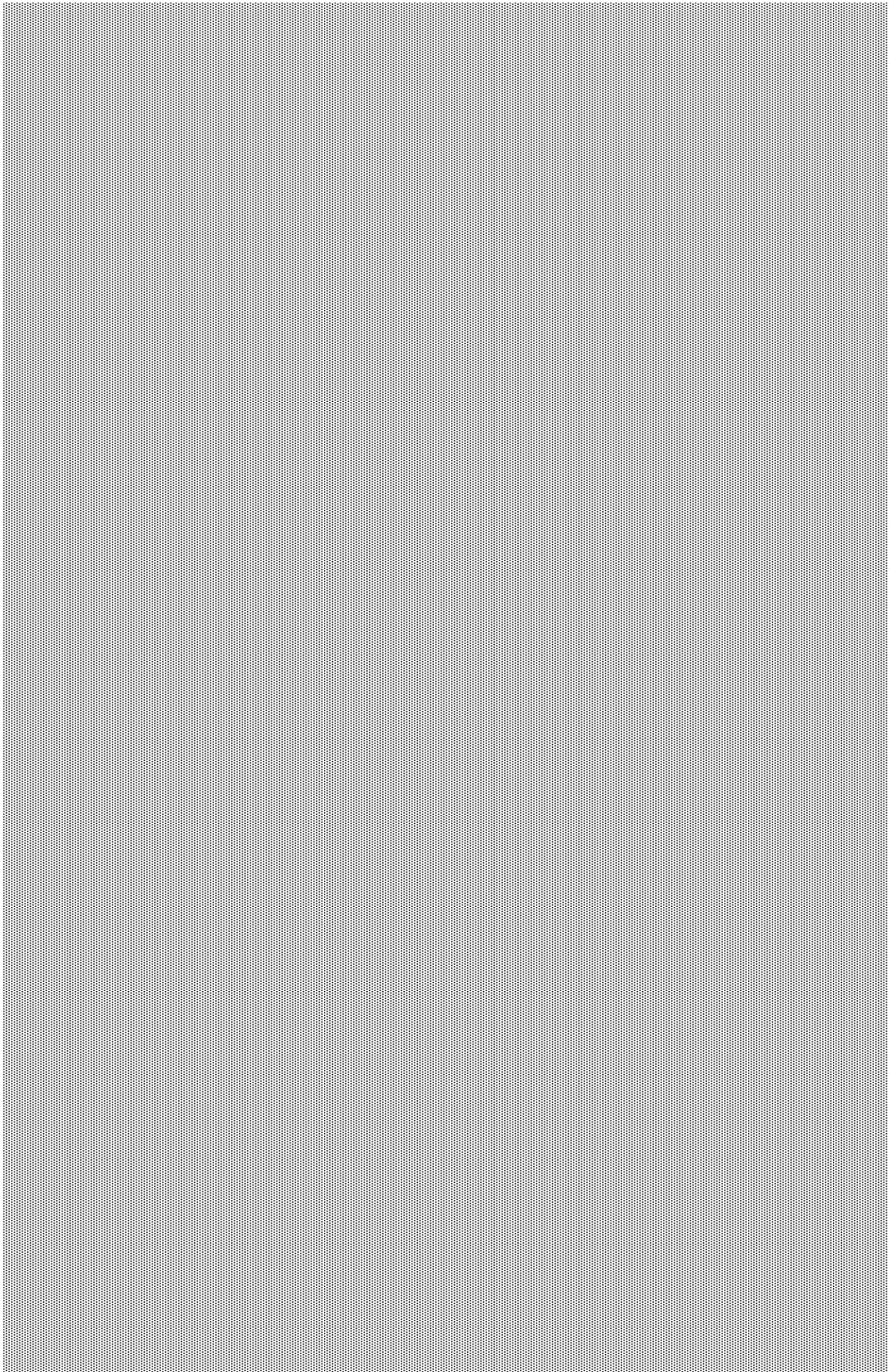
物理学専攻博士前期課程冬季入学試験問題

数学・物理学 I (70 分)

2020 年 2 月 6 日 (木)

9:30 ~ 10:40

注意 問題 (数学, 物理学 I [1], 物理学 I [2]) ごとに答案用紙各 1 枚を使用し, 解答は 1 題について 1 枚の答案用紙の表裏に収めよ. たとえ白紙であっても, 必ず 3 題分の答案用紙に受験番号と氏名を記入して提出すること. また, 計算用紙は全て提出すること.



2020 年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「数学」

以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。

問1 $\cos \theta$ を複素数 $z = e^{i\theta}$ を用いて表せ。ただし、 z の複素共役 z^* を用いてはならない。

問2 問1の結果を用いて、以下の積分を z に対する積分の形に書き直せ。

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{i5\theta}}{2 - \cos \theta} d\theta$$

さらに、被積分関数の z 平面上にあるすべての極を求めよ。

問3 問2の結果、ならびに留数定理を用いて以下の積分を計算せよ。

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 5\theta}{2 - \cos \theta} d\theta$$

2020 年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 I」

[1] 以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。重力加速度を g とする。

ばね定数 k のバネでつるされた質量 M の球がある。鉛直下方を向いた x 軸の座標を用いて球の位置を表し、平衡状態の球の位置を $x = 0$ とする。球には速度に比例する抵抗 $-\alpha \frac{dx}{dt}$ ($\alpha > 0$) がはたらく。

問1 球の運動方程式を書き表せ。

問2 問1の運動方程式を解いて、 $\alpha = \sqrt{Mk}$ のときの一般解を求めよ。

この装置を、 α の値が不明な液体に入れた。ただし、以下では球にはたらく浮力は考えない。

問3 時刻 $t = 0$ のとき、 $x > 0$ のある位置で球から手をはなしたところ、球は $x < 0$ の領域に入ることなく、 $x = 0$ の位置に漸近した。 α の値の条件を求めよ。

問4 問3の条件を満たす液体中において、時刻 $t = 0$ のとき、 $x = 0$ から正の初速度で球を打ち出した。その後の x および $\frac{dx}{dt}$ のそれぞれの時間依存性の概略をグラフに描け。ただし、運動方程式を解く必要はない。

2020年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 I」

[2] 以下の問いに答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 、真空の透磁率を μ_0 とする。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。

問1 xy 平面内において、位置 $(a, 0)$ に点電荷 Q 、位置 $(0, b)$ に点電荷 q を置く。 $a > 0$ 、 $b > 0$ とする。点電荷 q に働く力の xy 成分 F_x 、 F_y を求めよ。

問2 無限に広い xy 平面に電荷密度 $\sigma (> 0)$ で電荷が一様に分布しているとき、位置 $(0, 0, d)$ における電場の xyz 成分 E_x 、 E_y 、 E_z を求めよ。 $d > 0$ とする。

問3 z 軸に平行な導線が2本あり、それぞれ点 $(a, 0, 0)$ および点 $(-a, 0, 0)$ を通っている。ただし、 $a > 0$ である。両方の導線に同じ方向の電流 I が流れているとき、導線の単位長さ当たりにかかる力の大きさを求めよ。また、力の向きについて引き合うか反発するかを答えよ。

問4 電荷 Q_0 で充電した容量 C のコンデンサーに、図 2-1 のように時刻 $t = 0$ に抵抗 R でコンデンサーの両端を連結した。抵抗を流れる電流の時間変化を時刻 t の関数として求めよ。

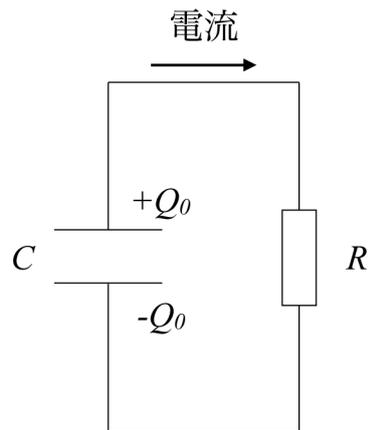
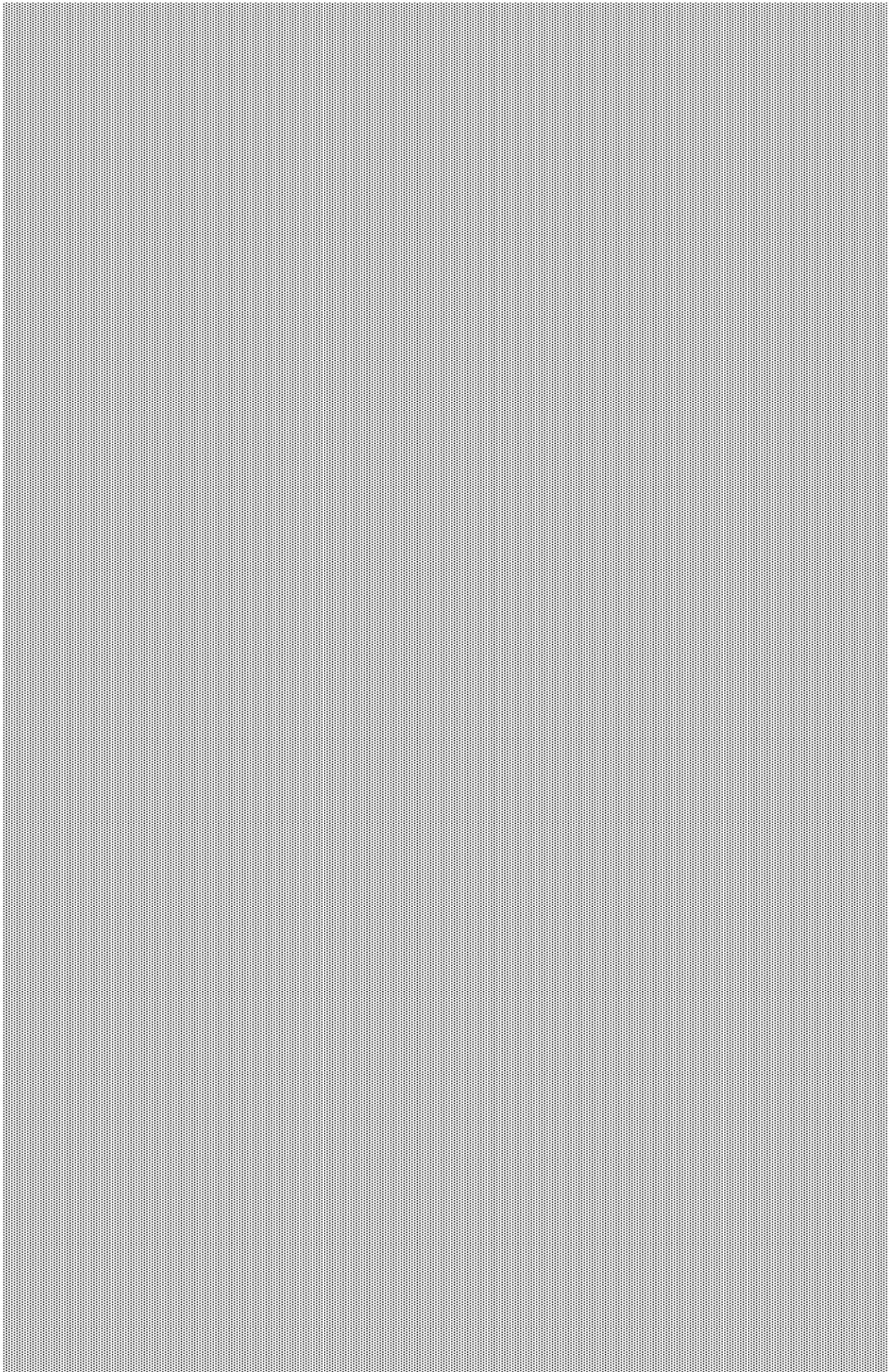


図 2-1



2020 年度

東京都立大学 大学院理学研究科
(現 首都大学東京 大学院理学研究科)

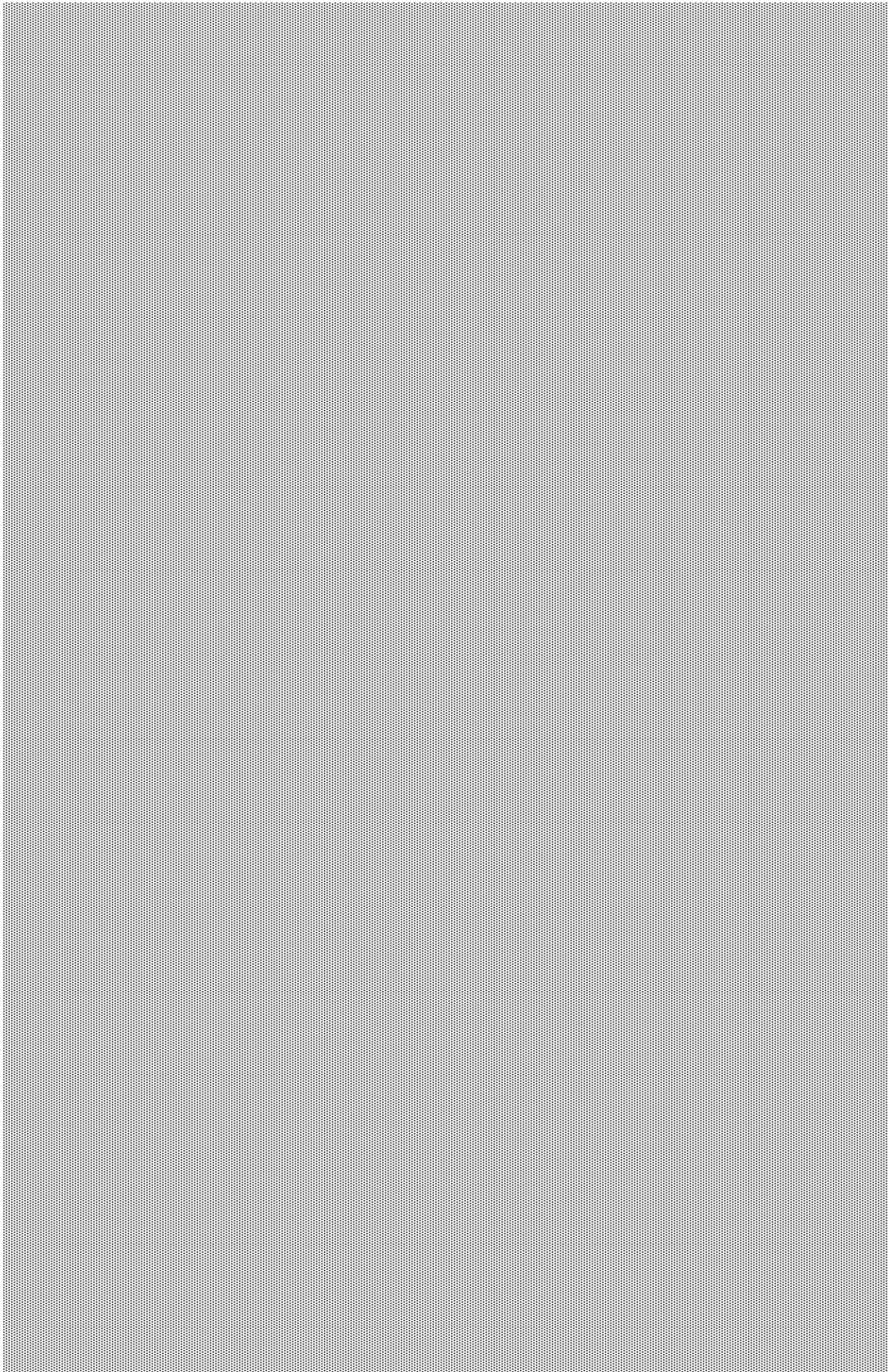
物理学専攻博士前期課程冬季入学試験問題

物理学 II (50 分)

2019 年 2 月 6 日 (木)

11:00 ~ 11:50

注意 問題 (物理学 II [1], 物理学 II [2]) ごとに答案用紙各 1 枚を使用し, 解答は 1 題について 1 枚の答案用紙の表裏に取めよ. たとえ白紙であっても, 必ず 2 題分の答案用紙に受験番号と氏名を記入して提出すること. また, 計算用紙は全て提出すること.



2020 年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 II」

[1] 以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。プランク定数を h , $\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$ とする。

$V_0 > 0$ として式 (1) で表される一次元ポテンシャルに $x < 0$ の領域から正の向きに、質量 m , エネルギー E の量子論的自由粒子が入射する。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ V_0 & (x \geq 0) \end{cases} \quad (1)$$

$E = 2V_0$ の粒子が入射するとき

問 1 透過率を求めよ。

問 2 古典論的粒子の場合には透過率がどうなるか答えよ。計算の必要はない。

$E = \frac{1}{2}V_0$ の粒子が入射するとき

問 3 反射率を求めよ。

問 4 $x \geq 0$ における粒子の存在確率密度を、 $x = 0$ で 1 とする x の関数として表わし、おおまかに図示せよ。

2020 年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 II」

[2] 以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。ボルツマン定数を k とする。

大きさが $\frac{1}{2}$ のスピン N 個からなるスピン系が一様な磁束密度 B の磁場中に置かれていて、外界から孤立している。各スピンは磁場に平行あるいは反平行の向きのみが許されており、それぞれ、磁場に平行なスピンは $-\mu B$ 、反平行なスピンは $+\mu B$ のエネルギーをもつ。ここで、 μ は磁気モーメントの大きさである。いまこの系において、磁場に平行なスピンの数が $\frac{1}{2}(N+L)$ 個、磁場に反平行なスピンの数が $\frac{1}{2}(N-L)$ 個あるとする。

問1 系の全エネルギー E と磁化 M を求めよ。

問2 この系の状態数 W を求めよ。

問3 この系のエントロピー S を求めよ。ただし、 $N \gg 1$ のときに成り立つ近似式 $\ln N! \approx N \ln N - N$ を用いること。

いま、熱力学量 T を

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}$$

と定義する。

問4 系の全エネルギー E を T の関数として表せ。

問5 $B \rightarrow 0$ で磁化率が $\chi = \frac{N\mu^2}{kT}$ になることを示せ。

