

## 2020年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「数学」

以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。

問1  $\cos \theta$  を複素数  $z = e^{i\theta}$  を用いて表せ。ただし、 $z$  の複素共役  $z^*$  を用いてはならない。

問2 問1の結果を用いて、以下の積分を  $z$  に対する積分の形に書き直せ。

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{i5\theta}}{2 - \cos \theta} d\theta$$

さらに、被積分関数の  $z$  平面上にあるすべての極を求めよ。

問3 問2の結果、ならびに留数定理を用いて以下の積分を計算せよ。

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 5\theta}{2 - \cos \theta} d\theta$$

## 2020 年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 I」

[1] 以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。重力加速度を  $g$  とする。

ばね定数  $k$  のバネでつるされた質量  $M$  の球がある。鉛直下方を向いた  $x$  軸の座標を用いて球の位置を表し、平衡状態の球の位置を  $x = 0$  とする。球には速度に比例する抵抗  $-\alpha \frac{dx}{dt}$  ( $\alpha > 0$ ) がはたらく。

問1 球の運動方程式を書き表せ。

問2 問1の運動方程式を解いて、 $\alpha = \sqrt{Mk}$  のときの一般解を求めよ。

この装置を、 $\alpha$  の値が不明な液体に入れた。ただし、以下では球にはたらく浮力は考えない。

問3 時刻  $t = 0$  のとき、 $x > 0$  のある位置で球から手をはなしたところ、球は  $x < 0$  の領域に入ることなく、 $x = 0$  の位置に漸近した。 $\alpha$  の値の条件を求めよ。

問4 問3の条件を満たす液体中において、時刻  $t = 0$  のとき、 $x = 0$  から正の初速度で球を打ち出した。その後の  $x$  および  $\frac{dx}{dt}$  のそれぞれの時間依存性の概略をグラフに描け。ただし、運動方程式を解く必要はない。

## 2020年度大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 I」

[2] 以下の問いに答えよ。ただし、真空の誘電率を  $\epsilon_0$ 、真空の透磁率を  $\mu_0$  とする。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。

問1  $xy$  平面内において、位置  $(a, 0)$  に点電荷  $Q$ 、位置  $(0, b)$  に点電荷  $q$  を置く。  $a > 0$ 、 $b > 0$  とする。点電荷  $q$  に働く力の  $xy$  成分  $F_x$ 、 $F_y$  を求めよ。

問2 無限に広い  $xy$  平面に電荷密度  $\sigma (> 0)$  で電荷が一様に分布しているとき、位置  $(0, 0, d)$  における電場の  $xyz$  成分  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$  を求めよ。  $d > 0$  とする。

問3  $z$  軸に平行な導線が2本あり、それぞれ点  $(a, 0, 0)$  および点  $(-a, 0, 0)$  を通っている。ただし、 $a > 0$  である。両方の導線に同じ方向の電流  $I$  が流れているとき、導線の単位長さ当たりにかかる力の大きさを求めよ。また、力の向きについて引き合うか反発するかを答えよ。

問4 電荷  $Q_0$  で充電した容量  $C$  のコンデンサーに、図 2-1 のように時刻  $t = 0$  に抵抗  $R$  でコンデンサーの両端を連結した。抵抗を流れる電流の時間変化を時刻  $t$  の関数として求めよ。

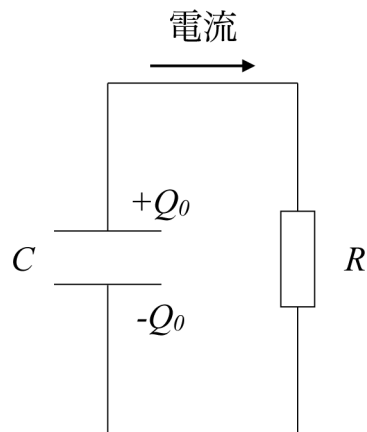


図 2-1