2025年度

東京都立大学 大学院理学研究科

物理学専攻博士前期課程冬季入学試験問題

物理学 II (50分)

2025年2月4日 (火)
11:00 〜 11:50

注意　問題 (物理学 II [1], 物理学 II [2]) ごとに答案用紙各1枚を使用し，解答は1題について1枚の答案用紙の表裏に収めなさい．たとえ白紙であっても，必ず2題分の答案用紙に受験番号と氏名を記入して提出すること．

大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学 II」

[1] 以下の問いに答えなさい．結果だけでなく，求め方や計算の過程も示すこと．ただし，h をプランク定数，$\hbar = h/(2\pi)$，$i^2 = -1$ とする．

真空中に板とスクリーンを間隔 L で平行に配置する．図 1 は板とスクリーンに垂直な断面を表す．板には，紙面に垂直方向に伸びた 2 つのスリット（スリット 1、スリット 2 と呼ぶ）が間隔 a $(\ll L)$ で平行に並んでおり，それぞれのスリットの幅は十分に狭いとする．図 1 の断面図において，スリットの中間点からスクリーンに垂線を下ろした点を座標原点 O とする．また，図 1 に示すように x, y 軸をとり，以下ではこの 2 次元 xy 座標系で考える．y 軸上の原点付近の任意の点 $\mathrm{P}(0, y)$ $(|y| \ll L)$ とスリット 1, 2 との距離をそれぞれ r_1, r_2 とする．

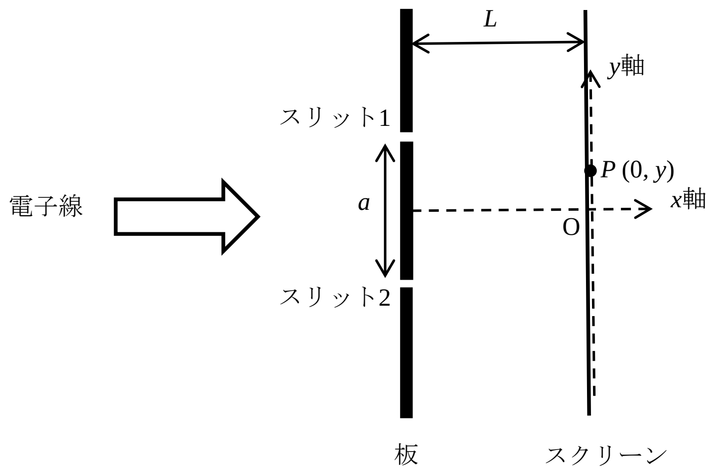

図1

運動量の大きさが $\hbar k$ の電子線を平面波として図 1 の左側から板に向かって垂直に入射すると，スクリーンに到達した電子線は明暗線から成る縞模様を形成する．この現象を（ A ）という．なお，2 つのスリットにおける電子の波の位相は等しいとし，電子間の相互作用は無視する．

問 1 問題文の（ A ）に当てはまる最も適切な語句を漢字 2 文字で書きなさい．

問 2 電子の波動関数の位相に注目する．スリット 1 での位相と点 P での位相との差 $\Delta\theta_1$，およびスリット 2 での位相と点 P での位相との差 $\Delta\theta_2$ を，k, r_1, r_2 を用いてそれぞれ書き表しなさい．

問 3 点 P における電子の存在確率を $r_1 - r_2$ の関数として求めなさい．なお，電子の波動関数の振幅には適当な文字を用いてよい．

問 4 r_1, r_2 を L, a, y を用いて書き表し，$a, |y| \ll L$ の条件を使うことで，スクリーン上の縞の明線の間隔が $\frac{2\pi L}{ka}$ となることを示しなさい．

大学院博士前期課程冬季入学試験問題「物理学II」

[2] 以下の問いに答えなさい．結果だけでなく, 求め方や計算の過程も示すこと．絶対温度を T，ボルツマン定数を k_{B} とし，自然対数を $\log$ とする．

N 個の独立な粒子からなる系がある．各粒子は２つのエネルギー状態しか取り得ないとする．２つの状態のうち，状態１のエネルギーは $\Delta(>0)$, 状態２のエネルギーは $-\Delta$ とする．状態 i（$i=1,2$）の粒子数を N_i とし，粒子集団がミクロカノニカル分布に従うものとする．ただし，$N \gg 1$, $N_i \gg 1$ とする．

問１ エントロピー S を微視的な状態数 W を用いて表しなさい．

問２ この系の微視的な状態数 W を N, N_1, N_2 を用いて表しなさい．

問３ $N_1 = n_1 N$ と書いたとき，スターリングの公式

$$\log N! \approx N \log N - N \tag{1}$$

を用いて，S を N, n_1 を用いて表しなさい．

問４ １粒子あたりの平均エネルギーを $\epsilon\Delta$ と書いたとき，エントロピーが以下で書けることを示しなさい．

$$S = -k_{\mathrm{B}} N \left[\frac{1+\epsilon}{2} \log\left(\frac{1+\epsilon}{2}\right) + \frac{1-\epsilon}{2} \log\left(\frac{1-\epsilon}{2}\right) \right] \tag{2}$$

問５ 全エネルギー $U = N\epsilon\Delta$ と $1/T = (\partial S/\partial U)_N$ を用いて，ϵ を T, Δ で表しなさい．