

2026年度

東京都立大学 大学院理学研究科

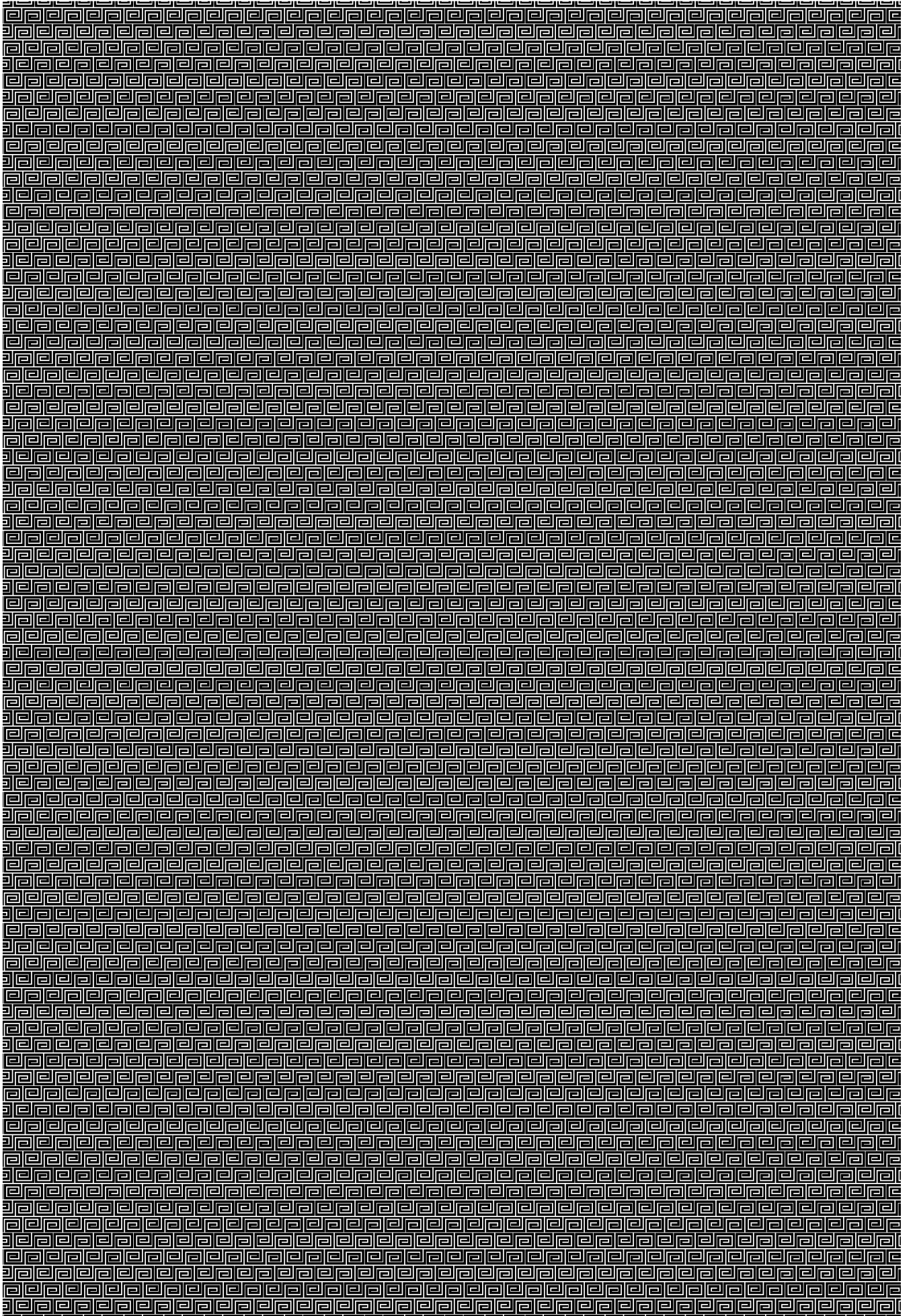
物理学専攻博士前期課程夏季入学試験問題

物理学 I (120 分)

2025 年 8 月 26 日 (火)

9:30 ～ 11:30

注意 問題 (物理学 I [1], 物理学 I [2]) ごとに答案用紙各 1 枚を使用し, 解答は 1 題について 1 枚の答案用紙の表裏に収めよ. たとえ白紙であっても, 必ず 2 題分の答案用紙に受験番号と氏名を記入して提出すること. 答案用紙には受験科目 (物理学 I), 問題番号 ([1]/[2]) を記入すること.



大学院博士前期課程夏季入学試験問題「物理学Ⅰ」

[1] 以下の問いに答えよ。結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと。

図1のように、水平面に空けられた小孔に十分に長い軽い糸を通し、その両端に同じ質量 m の質点をそれぞれ繋げる。質点のうち一方(質点 A)は小孔から鉛直下向きに垂れ下がった伸び縮みのしない糸の先に繋がれ、もう一方(質点 B)は水平面上にある。質点と水平面、および糸と小孔の間には摩擦はなく、糸はたるむことはないものとする。重力加速度の大きさを g とする。以下では小孔を原点 O、水平面を xy 面、水平面に対して鉛直上向きに z 軸をとった座標系を用いてそれぞれの質点の運動を表す。

問1 質点 A は鉛直線上のみを運動するものとし、その座標を $(0, 0, z)$ で表す。質点 B については水平面上を運動し、その位置を極座標、すなわち $\vec{r} = (r \cos \theta, r \sin \theta, 0)$ で表すことにする。以下では糸の張力の大きさを T で表す。

1-1) 質点 A の運動方程式を書け。

1-2) 一般に角度の時間微分 $\dot{\theta}$ がゼロでないとき、質点 B には遠心力がはたらく。このことに注意して、質点 B の動径方向の運動方程式を極座標を用いて書け。

1-3) 質点 A, B からなる全系の力学的エネルギーを、 m, g, r, θ を用いて表せ。ただし、重力による位置エネルギーは質点 B が原点 O にあるときをゼロとする。

1-4) 質点 B の原点 O の周りの角運動量 $\vec{L}$ を、質点 B の位置 $\vec{r}$ 、速度 $\vec{v}$ および質量 m を用いて表し、その表式をもとに角運動量の時間微分 $\frac{d\vec{L}}{dt}$ がゼロになることを示せ。

問2 位置 $\vec{r} = (a, 0, 0)$ にある質点 B に時刻 $t = 0$ で初速度 $\vec{v} = (0, v_0, 0)$ を与えた。ここで、 $a > 0$, $v_0 > 0$ とする。

2-1) 質点 B の角運動量の大きさ $|\vec{L}|$ が $ma v_0$ となることを示せ。

2-2) 質点 A, B からなる全系の力学的エネルギーを m, a, v_0, g を用いて表せ。ただし、重力による位置エネルギーの基準は上記 1-3) と同じとする。

2-3) 質点 B の原点からの距離 r は時間とともに周期的に変動する。 $\dot{r}^2 \geq 0$ であることに注意して、 r の最大値と最小値の差を求めよ。

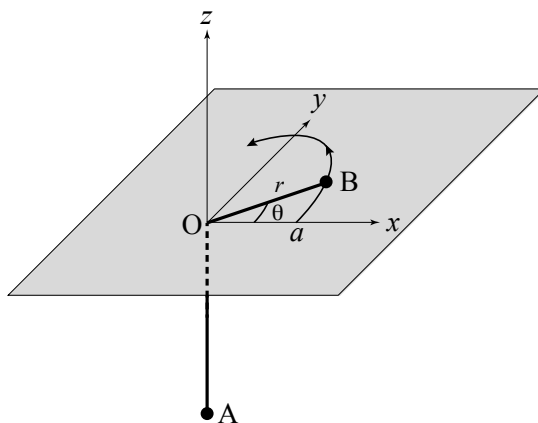


図1

大学院博士前期課程夏季入学試験問題「物理学Ⅰ」

[2] 全てが真空中にあるとして、以下の問いに答えよ．結果だけでなく、求め方や計算の過程も示すこと．なお、真空の誘電率を ε_0 とする．

問1 図2に示されるような、半径 a の内部導体と半径 b ($a < b$) の中空の外部導体からなる、十分に長い同軸の導体があり、その中心軸は z 軸に平行で $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ の原点 O を通る．内部導体には z 軸正の向きに、外部導体には z 軸負の向きに、大きさ I の電流が流れている．外部導体を基準とした内部導体の電位を V とする．内部導体の抵抗、外部導体の抵抗と厚さ、およびこれらの端の効果は無視できるものとする．

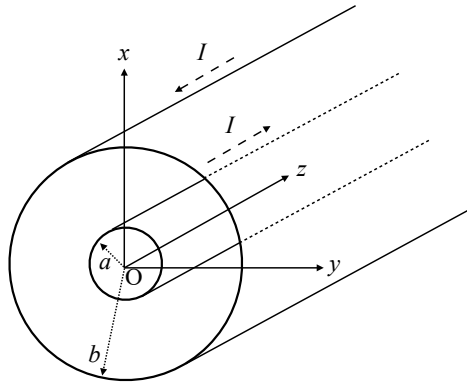


図2

- 1-1) 位置 $(x, 0, 0)$ ($a < x < b$) における磁場の x 成分 H_x および y 成分 H_y を求めよ．
- 1-2) 位置 $(x, 0, 0)$ ($a < x < b$) における電場の x 成分 E_x および y 成分 E_y を求めよ．
- 1-3) 位置 $(x, 0, 0)$ ($a < x < b$) におけるポインティングベクトル $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ の各成分 (S_x, S_y, S_z) を求めよ．
- 1-4) xy 平面内において、内部導体と外部導体で挟まれた領域で 1-3) の S_z を面積分した値を求めよ．

問2 3次元空間で位置ベクトルを $\vec{r}$ とおく．ただし $|\vec{r}| = r \neq 0$ である．

- 2-1) $\nabla \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^n} \right)$ を求めよ．
- 2-2) 原点に置かれた点電荷 q が $\vec{r}$ につくる電場 $\vec{E}$ とその発散 $\nabla \cdot \vec{E}$ を求めよ．
- 2-3) 2-2) において電場 $\vec{E}$ は静電ポテンシャル ϕ から $\vec{E} = -\nabla \phi$ のように導かれるベクトル場である． $\nabla \times \vec{E}$ を求めよ．

問3 地球の地磁気を考えるために、 xyz 直交座標系の原点を中心とした半径 a の強磁性体の球を考える．球は z 方向に一様な磁化 $\vec{M}$ (大きさ M) を持っているものとする．ただし、3次元系の極座標表示を $x = r \sin \theta \cos \varphi$, $y = r \sin \theta \sin \varphi$, $z = r \cos \theta$ とする．ここで、無限遠での磁位をゼロとして、球の外部 ($r \geq a$) における磁位 ϕ_m は

$$\phi_m = -\vec{M} \cdot \nabla \left(\frac{a^3}{3r} \right)$$

で与えられる．

- 3-1) ϕ_m を M , a , r , θ , φ のうち必要なものを用いて表せ．
- 3-2) 磁場 $\vec{H}$ は $\vec{H} = -\nabla \phi_m$ で与えられる．球表面 ($r = a$) における磁場 $\vec{H}$ の極座標表示における各成分 H_r , H_θ , H_φ を求め、その H_r , H_θ , H_φ を θ (ただし $0 \leq \theta \leq \pi$) の関数として図示せよ．
- 3-3) 地球の赤道における磁場 $\vec{H}$ の大きさを 30 [A/m] とするとき、磁化の大きさ M を有効数字2桁で求めよ．ただし、地球を本設問の通り、 z 方向に一様に磁化した強磁性体の球とみなす．

